621.391

Аномальные ошибки при оценивании занятости радиочастотного спектра

А. С. АВДЮШИН, В. А. КОЗЬМИН, А. Б. ТОКАРЕВ

ЗАО «ИРКОС», Москва, Россия, e-mail: TokarevAB@ircos.vrn.ru

Дан анализ особого случая оценки занятости радиочастотного спектра, требующего заметного увеличения числа точек контроля состояния тестируемых радиоканалов.

Ключевые слова: *контроль занятости, радиочастотный спектр.*

Contains the analysis of special case of the radiochannels occupancy estimation, demanding the significant increase of the number of channel state checking points.

Key words: *occupancy measurements, frequency radiochannel.*

Одна из важных задач, выполняемых радиочастотными центрами с целью повышения эффективности использования радиочастотного спектра, — контроль занятости радиоканалов в широкой полосе частот. Эта задача характеризуется высокой трудоемкостью и может успешно решаться лишь с применением современных быстродействующих си-

стем радиомониторинга, использующих эффективные алгоритмы автоматической (автоматизированной) оценки занятости [1].

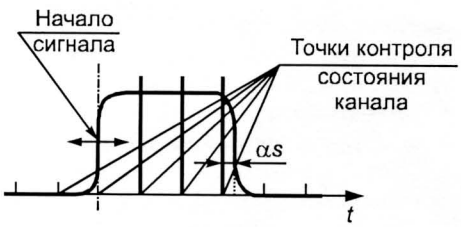
Основой оценивания занятости уже много лет служат международные рекомендации [2, 3], однако, как показала практика радиоконтроля, отдельные положения этих документов к настоящему моменту требуют внесения корректировок. Работы [4, 5] определяют изменения, необходимые для усовершенствования методики оценивания занятости частот. Приводимые в них рекомендации позволяют получать точные и надежные результаты при условии, что каждому отдельному интервалу измерений соответствует «свое» независимое значение занятости. Если же на многих интервалах измерений занятость в контролируемой полосе частот остается строго неизменной, то выполнение рекомендаций из [4, 5] может приводить к получению оценок с меньшей надежностью, чем требуется. Данная статья посвящена выяснению причин возможного ухудшения качества оценивания и разработке рекомендаций, позволяющих надежно оценивать занятость в подобных условиях.

Занятость радиоканала (области частот) определяет долю времени, в течение которого в данном канале (области частот) действуют активные радиосигналы. На практике непрерывный по времени контроль состояния канала, как правило, невозможен. Вместо этого состояние канала на протяжении интервала измерений $T_и$ проверяют периодически в конечном числе точек контроля $J_и$. При фиксации на интервале контроля занятости $S_а$ случаев активности и S_0 случаев пассивного состояния канала оценку занятости вычисляют по правилу

$$\tilde{Z} = S_а / (S_а + S_0). \qquad (1)$$

При проверке состояния канала в контрольных точках с интервалом между ними $T_п > 0$ точное определение моментов изменения этого состояния становится невозможным, что вызывает появление погрешности оценки (1). Абсолютная погрешность оценивания определяется величиной $\Delta Z_г = \tilde{Z} - Z$ измерения занятости в отдельном опыте, а основной метрологической характеристикой оценки (1) является ее надежность P_Z, выражающая вероятность получения значений оценки $\tilde{Z}$, отличающихся от истинного значения Z не более чем на допускаемую погрешность Δ_Z:

$$P_Z = P\left\{\left|\tilde{Z} - Z\right| \le \Delta_Z\right\}.$$



К подсчету числа регистрируемых «активных» отсчетов при длительности сигнала, соответствующей $0 \le \alpha \le 0{,}5$

Анализ свойств погрешности оценки занятости начнем со случая присутствия единственного сигнала на интервале измерений $T_и$. Для упрощения дальнейшей записи введем в рассмотрение нормированный временной интервал между точками контроля состояния канала

$$s = T_п / T_и = 1 / J_и,$$

а длительность сигнала представим в виде

$$\tau = T_с / T_и = s\,(k + \alpha),$$

где k — целое значение, приближенно равное числу точек фиксации активности в проверяемом радиоканале при наблюдении подобного сигнала; α — дробная поправка, удовлетворяющая неравенству $-0{,}5 \le \alpha \le 0{,}5$.

Проанализируем показанный на рисунке пограничный случай между регистрацией завышенной и заниженной наблюдаемой занятости при длительности сигнала, соответствующей условию $0 \le \alpha \le 0{,}5$. При незначительном смещении начала сигнала влево в качестве «активных» будут зарегистрированы четыре контрольных точки, что соответствует завышению наблюдаемой занятости на величину $\delta Z = (1 - \alpha)s$ по сравнению с истинной. С учетом равновероятного характера размещения точек контроля относительно момента начала сигнала вероятность реализации именно такого исхода составит $P_+ = \alpha$. Если же начало сигнала окажется расположенным правее, чем показано на рисунке, то «активными» окажутся лишь три контрольные точки, что приведет к понижению наблюдаемой занятости по сравнению с истинной на величину $\delta Z = (-\alpha)s$. Вероятность подобного исхода $P_- = 1 - \alpha$.

Рассмотрев аналогично случай ($-0{,}5 \le \alpha \le 0$), итоговый условный закон распределения фиксируемой погрешности оценки занятости δZ при единственном наблюдаемом сигнале можно представить, как показано в табл. 1. Для дальнейших рассуждений существенно, что как при условии $0 \le \alpha \le 0{,}5$, так и в случае $-0{,}5 \le \alpha \le 0$ погрешность δZ является дискретной случайной величиной лишь с двумя допускаемыми значениями.

Таблица 1

Закон распределения погрешности δZ занятости канала применительно к отдельному сеансу связи длиной $\tau = s(k+\alpha)$

Условие применимости	δZ_i	P_-	δZ_i	P_+
$-0{,}5 \le \alpha \le 0$	$(-1-\alpha)s$	$-\alpha$	$-\alpha s$	$1+\alpha$
$0 \le \alpha \le 0{,}5$	$-\alpha s$	$1-\alpha$	$(1-\alpha)s$	α

Оценка занятости (1) должна оставаться работоспособной при различных значениях реальной занятости канала, числе сигналов на интервале измерений $T_и$ и т. д. Рассмотрим возможную ситуацию, например, при метрологических испытаниях оценки (1), при которой реальная занятость Z поддерживается неизменной, а на контрольном интервале $T_и$ формируются два сигнала. Требование постоянства истинной занятости радиоканала означает, что при случайной длительности отдельных сигналов $\tau_1 = s(k_1 + \alpha_1)$ и $\tau_2 = s(k_2 + \alpha_2)$ суммарная их продолжительность $\tau_\Sigma = s(k_\Sigma + \alpha_\Sigma)$ будет фиксированной, а значит, справедливо равенство

$$(k_1 + \alpha_1) + (k_2 + \alpha_2) = k_\Sigma + \alpha_\Sigma = \text{const}. \qquad (2)$$

Таблица 2

Условные распределения погрешности δZ оценки занятости канала при двух случаях активности канала на интервале $T_и$ и $\alpha_\Sigma > 0$

Случай	Вероятности принятия величиной δZ значений			
	$(-1-\alpha_\Sigma)s$	$-\alpha_\Sigma s$	$(1-\alpha_\Sigma)s$	$(2-\alpha_\Sigma)s$
A	$-\alpha_1(1+\delta\alpha)$	$\alpha_1\delta\alpha+(1+\alpha_1)(1+\delta\alpha)$	$-\delta\alpha(1+\alpha_1)$	—
B	$-\alpha_1(1+\delta\alpha)$	$\alpha_1\delta\alpha+(1+\alpha_1)(1+\delta\alpha)$	$-\delta\alpha(1+\alpha_1)$	—
C	—	$(1-\alpha_1)(1+\delta\alpha)$	$\delta\alpha(\alpha_1-1)+\alpha_1(1-\delta\alpha)$	$-\alpha_1\delta\alpha$
D	$(1-\alpha_1)\delta\alpha$	$(1-\alpha_1)(1-\delta\alpha)+\alpha_1\delta\alpha$	$\alpha_1(1-\delta\alpha)$	—

Примечание. Для компактности в таблице использовано обозначение $\delta\alpha = \alpha_1 - \alpha_\Sigma$.

Рассмотрим подробнее случай $\alpha_\Sigma > 0$. Соотношение (2) определяет следующие возможные сочетания величин α_1 и α_2:

A. При дробной части длительности первого сигнала, удовлетворяющей неравенству $-0{,}5 \le \alpha_1 \le \alpha_\Sigma - 0{,}5$, дробная часть второго сигнала однозначно определяется соотношением $\alpha_2 = \alpha_\Sigma - \alpha_1 - 1$. Обе дробные части оказываются отрицательными, поэтому ряд распределения суммарной погрешности δZ следует рассчитывать с использованием первой строки табл. 1. Результат представлен в строке *A* табл. 2.

B. При значении α_1, удовлетворяющем неравенству $\alpha_\Sigma - 0{,}5 \le \alpha_1 \le 0$, справедливо соотношение $\alpha_2 = \alpha_\Sigma - \alpha_1$ (величина α_2 оказывается при этом положительной). Ряд распределения суммарной погрешности, рассчитанный с использованием первой строки табл. 1 для α_1 и второй ее строки для α_2, принимает вид, представленный в строке *B* табл. 2.

C. Если дробная часть длительности первого сигнала удовлетворяет неравенству $0 \le \alpha_1 \le \alpha_\Sigma$, то $\alpha_2 = \alpha_\Sigma - \alpha_1$. Обе дробные части оказываются положительными и, используя для расчетов вторую строку табл. 1, получаем распределение суммарной погрешности из строки *C* табл. 2.

D. Наконец, для случая $\alpha_\Sigma \le \alpha_1 \le 0{,}5$ имеем $\alpha_2 = \alpha_\Sigma - \alpha_1 \le 0$. Соответствующее распределение погрешности приведено в строке *D* табл. 2.

Из проведенного анализа следует, что если допускаемая погрешность оценки занятости Δ_Z удовлетворяет условию $\Delta_Z > (2-\alpha_\Sigma)s$, то при наличии на интервале измерений $T_и$ двух сеансов активности надежность оценки будет составлять 100 %, так как невозможно получить погрешность оценки, превышающую Δ_Z.

Если величина Δ_Z лежит в диапазоне $(1+\alpha_\Sigma)s < \Delta_Z \le (2-\alpha_\Sigma)s$, то погрешность оценки занятости, выходящая за допускаемые пределы, будет наблюдаться при $0 \le \alpha_1 \le \alpha_\Sigma$ (случай C). Учитывая, что дробная часть продолжительности первого сигнала α_1 распределена равномерно в пределах ± 0,5, для расчета надежности оценки занятости получаем выражение

$$P_Z = 1 - \int_0^{\alpha_\Sigma} P\left\{\delta Z = (2-\alpha_\Sigma)s \,|\, C,\ \alpha_1 = x\right\} \times$$

$$\times\ W_{\alpha_1}(x)\,dx = 1 - \frac{\alpha_\Sigma^3}{6}\ .$$

Если же Δ_Z лежит в диапазоне $(1-\alpha_\Sigma)s < \Delta_Z \le (1+\alpha_\Sigma)s$, то недопустимо высокая погрешность оценки занятости может наблюдаться в любой из рассматриваемых выше ситуаций A, ..., D, а обеспечиваемая надежность определяется выражением

$$P_Z = 1 - \int_{-0{,}5}^{0} (-x)(1+x-\alpha_\Sigma)\,dx - \int_0^{\alpha_\Sigma} (-x)(x-\alpha_\Sigma)\,dx -$$

$$- \int_{\alpha_\Sigma}^{0{,}5} (1-x)(x-\alpha_\Sigma)\,dx = \frac{5}{6} + \frac{\alpha_\Sigma}{2} - \frac{\alpha_\Sigma^2}{2}.$$

Наконец, при $\alpha_\Sigma s < \Delta_Z \le (1-\alpha_\Sigma)s$ (т. е. при жестких требованиях к точности оценивания) допускаемая погрешность обеспечивается лишь в случаях $|\delta Z| = \alpha_\Sigma s$, а выражение для надежности оценки принимает вид

$$P_Z = \int_{-0{,}5}^{0} \left[x(x-\alpha_\Sigma) + (1+x)(1+x-\alpha_\Sigma)\right]dx +$$

$$+ \int_0^{\alpha_\Sigma} (1-x)(1+x-\alpha_\Sigma)\,dx +$$

$$+ \int_{\alpha_\Sigma}^{0{,}5} \left[(1-x)(1-x+\alpha_\Sigma) + x(x-\alpha_\Sigma)\right]dx = \frac{2}{3} - \alpha_\Sigma^2 + \frac{\alpha_\Sigma^3}{2}.$$

Анализ случая $\alpha_\Sigma < 0$ приводит к аналогичным по структуре расчетным выражениям, что позволяет предложить соотношения из табл. 3 для расчета надежности оценки занятости при наличии на интервале измерений $T_и$ двух сигналов.

Таблица 3

Расчет надежности оценки занятости канала при двух случаях его активности на интервале $T_и$

Номер ограничения	Ограничение на допускаемую погрешность оценивания занятости Δ_Z	Выражения для расчета надежности оценки P_Z
1	$(2-\lvert\alpha_\Sigma\rvert)\,s < \Delta_Z$	1
2	$(1+\lvert\alpha_\Sigma\rvert)\,s < \Delta_Z \le (2-\lvert\alpha_\Sigma\rvert)\,s$	$1-\lvert\alpha_\Sigma\rvert^3/6$
3	$(1-\lvert\alpha_\Sigma\rvert)\,s < \Delta_Z \le (1+\lvert\alpha_\Sigma\rvert)\,s$	$5/6+\lvert\alpha_\Sigma\rvert/2-\alpha_\Sigma^2/2$
4	$\lvert\alpha_\Sigma\rvert\,s < \Delta_Z \le (1-\lvert\alpha_\Sigma\rvert)\,s$	$2/3-\alpha_\Sigma^2+\lvert\alpha_\Sigma\rvert^3/2$

С использованием полученных выражений проследим за изменением надежности оценки занятости при ее метрологических испытаниях. Представим, что необходимо с погрешностью не более Δ_Z = 1 % оценивать занятость радиоканалов, в которых за время измерений $T_и$ наблюдается два случая активности. Тогда, как показано в табл. 4, при реальной занятости, например Z = 73,21 %, увеличение числа контрольных точек может сопровождаться существенным снижением надежности. Столь резкое ухудшение надежности встречается, конечно, не слишком часто, а лишь при специально подобранных значениях реальной занятости, однако сам факт существования неблагоприятного для оценки (1) сочетания параметров оказывается, таким образом, теоретически доказанным.

Таблица 4

Изменение надежности оценки занятости канала при двух случаях его активности и фиксированной занятости Z = 73,21 %

Число точек тестирования канала $J_и$	Нормированный шаг тестирования s	Дробная часть α_Σ	Номер ограничения из табл. 3	Расчетная надежность P_Z
84	0,0119	0,4964	3	0,958
86	0,0116	–0,0394	**4**	**0,665**
92	0,0109	0,3532	3	0,947
97	0,0103	0,0137	**4**	**0,666**
103	0,0097	0,4063	3	0,954
108	0,0093	0,0668	2	0,999
113	0,0086	–0,2727	3	0,933
118	0,0085	0,3878	3	0,952
123	0,0081	0,0483	2	0,999

При наличии на контрольном интервале $T_и$ более двух сигналов теоретический анализ распределения надежности оценки становится очень громоздким, однако при любом числе V наблюдаемых сигналов возможность «аномального» поведения надежности сохраняется, что требует учета данного факта при выборе числа точек тестирования канала $J_и$.

Для выявления зависимости между величиной $J_и$ и надежностью, соответствующей наихудшему сочетанию прочих параметров, были проведены статистические исследования, в которых дополнительно учитывалась возможность неравномерного размещения точек контроля состояния на оси времени. Шаг тестирования канала полагали распределенным равномерно в интервале от $T_п(1-\delta T)$ до $T_п(1+\delta T)$, где δT — показатель относительной нестабильности времени тестирования. Исследования показали, что необходимое число точек тестирования состояния канала $J_и$ возрастает при увеличении числа V сигналов на интервале наблюдения $T_и$, нестабильности выбора моментов тестирования δT, требуемой надежности оценки занятости $P_{Z\,min}$ и уменьшается при росте максимально допускаемой абсолютной погрешности оценки занятости Δ_Z. Аппроксимация результатов статистического моделирования позволяет предложить для выбора числа точек тестирования состояния канала $J_и$ следующую методику:

1. По допускаемой погрешности измерения занятости Δ_Z вычисляем вспомогательный показатель $\lambda_\Delta = \log_2(100\,\Delta_Z)$.

2. Рассчитываем вспомогательные величины

$$\lambda_1 = \begin{cases} 60 - 20\lambda_\Delta + 5370\cdot 0{,}23^{\lambda_\Delta}\,\delta T^2 + 3{,}2\cdot 0{,}4^{\lambda_\Delta}/\delta T, & \delta T \ge 0{,}05, \\ 60 - 20\lambda_\Delta + 5370\cdot 0{,}23^{\lambda_\Delta}\,\delta T^2 + 64\cdot 0{,}4^{\lambda_\Delta}, & \delta T < 0{,}05; \end{cases}$$

$$\lambda_2 = \begin{cases} 7{,}5\cdot\lambda_\Delta + 10^3\cdot 0{,}212^{\lambda_\Delta}\,\delta T^2 + 0{,}7(1-\lambda_\Delta)/\delta T, & \delta T \ge 0{,}05, \\ 7{,}5\cdot\lambda_\Delta + 10^3\cdot 0{,}212^{\lambda_\Delta}\,\delta T^2 + 14(1-\lambda_\Delta), & \delta T < 0{,}05; \end{cases}$$

$$\alpha = \lambda_1 - \lambda_2 \log_2[100\,(1 - P_{Z\,min})];$$

$$\beta = 4 + 20\delta T + \frac{0{,}38 - \delta T/3}{\Delta_Z} - \left(30 + \frac{0{,}003}{\Delta_Z^2}\right)(1 - P_{Z\,min}).$$

3. Определяем необходимое для обеспечения требуемой надежности оценки $P_{Z\,min}$ число точек тестирования

$$J_{тр} = \mathrm{int}\left\{\alpha + \beta V^{P_{Z\,min} - 0{,}2\delta T - 0{,}05\lambda_\Delta - 0{,}225}\right\}, \qquad (3)$$

где int { } — операция взятия целой части числа.

Исследования показывают, что практически при любых сочетаниях параметров из диапазонов $0{,}001 \le \Delta_Z \le 0{,}05$; $0 \le \delta T \le 0{,}5$; $0{,}9 \le P_{Z\,min} \le 0{,}99$; $V \le 50$ значение $J_{тр}$, определяемое из (3), обеспечивает $P_Z \ge P_{Z\,min}$ для произвольной реальной занятости проверяемого радиоканала, причем $\min\limits_Z(P_Z) \approx P_{Z\,min}$.

Результаты практического использования (3) проиллюстрированы в табл. 5. Приведенные сведения получены путем поиска для каждого конкретного набора параметров такой реальной занятости Z, которая обеспечивает наименьшее значение наблюдаемой надежности P_Z. Эти значения, приведенные в правой части таблицы, показывают высокую точность расчета $J_и$ на основе (3). Несущественное снижение обеспечиваемой надежности, выделенное в табл. 5 серым фоном, наблюдается лишь для сочетания параметров $\Delta_Z \ge 0{,}01$, $P_{Z\,min} \le 0{,}95$, при котором для выполнения $P_Z \ge P_{Z\,min}$ нужно повышать $J_и$ по сравнению с $J_{тр}$ на 5—10 %.

Таблица 5

Минимальная надежность измерения занятости $\min\limits_Z(P_Z)$ при нестабильности выбора моментов тестирования δT = 20 % и фиксированном числе сигналов V на контрольном интервале $T_и$

Параметры исследования			$J_{тр}$	$\min\limits_Z(P_Z)$ при использовании в качестве $J_и$		
Δ_Z, %	$P_{Z\,min}$, %	V		$0{,}95J_{тр}$	$J_{тр}$	$1{,}05J_{тр}$
0,5	90	4	**573**	89,1	**90,5**	—
		16	**801**	89,5	**91,0**	—
		40	**1125**	89,4	**90,9**	—

Окончание таблицы 5

Параметры исследования			$J_{тр}$	$\min_Z(P_Z)$ при использовании в качестве $J_и$		
Δ_Z, %	$P_{Z\,min}$, %	V		$0{,}95J_{тр}$	$J_{тр}$	$1{,}05J_{тр}$
0,5	95	4	**792**	95,9	**96,0**	—
		16	**1102**	96,0	**96,5**	—
		40	**1568**	96,4	**97,2**	—
	99	4	**1256**	99,2	**99,4**	—
		16	**1647**	99,3	**99,5**	—
		40	**2260**	99,4	**99,6**	—
1	90	4	**227**	90,1	**92,6**	—
		16	**340**	88,8	**90,1**	—
		40	**493**	88,4	**90,0**	—
	95	4	**284**	95,2	**96,6**	—
		16	**433**	95,1	**96,1**	—
		40	**644**	95,5	**96,4**	—
	99	4	**397**	99,0	**99,2**	—
		16	**580**	98,7	**99,1**	—
		40	**853**	98,8	**99,2**	—
2	90	4	**88**	85,1	**87,9**	88,5
		16	**144**	85,2	**88,0**	88,8
		40	**215**	85,6	**87,6**	89,4
	95	4	**111**	94,6	**94,7**	95,9
		16	**185**	94,1	**94,6**	95,8
		40	**285**	94,0	**95,4**	—
	99	4	**155**	98,9	**99,2**	—
		16	**247**	98,3	**98,8**	99,1
		40	**377**	98,6	**99,0**	—

Рекомендации, приведенные в [5], рассчитаны на применение в естественных условиях, когда каждому отдельному интервалу измерений соответствует независимая радиообстановка. Согласно этим рекомендациям, в частности, при $\delta T = 20$ % и допускаемой погрешности $\Delta_Z = 0{,}5$ % для обеспечения надежности $P_{Z\,min} = 95$ % достаточно использовать $J_{и.\,нач} \approx 211\sqrt{V_{ср}}$ точек контроля состояния каналов, где $V_{ср}$ — среднее число сигналов на интервале измерений $T_и$. Таким образом, при наличии на интервале измерений $V = 4$ сигналов для контроля занятости в естественных условиях достаточно $J_{и.\,нач} \approx 422$ контрольные точки, а при $V = 40$ рекомендуемое число точек контроля возрастает до $J^*_{и.\,нач} \approx 1335$.

Если же необходимо измерять фиксированное (от опыта к опыту) значение занятости, то в соответствии с (3) необходимое число точек контроля при $V = 4$ составляет ориентировочно $J_{тр} = 792$, а при $V = 40$ увеличивается до $J^*_{тр} = 1568$. Как следует из табл. 5, рекомендуемые в соответствии с (3) значения обеспечивают некоторый запас по надежности оценки. Однако попытка в условиях фиксированной занятости использовать рекомендации [5] вызовет существенное снижение надежности по сравнению с требуемой.

Таким образом, при метрологических испытаниях оценки занятости радиоканалов следует контролировать лишь средние занятость и количество сигналов, приходящихся на разные интервалы измерений. Проверка же свойств оценки занятости согласно [4, 5] в условиях, при которых в разных опытах оцениваемая занятость искусственно поддерживается неизменной, порождает опасность возникновения «аномальных» ошибок. Аномальное поведение оценки занятости проявляется в том, что при увеличении числа точек контроля вместо монотонного их повышения на интервале измерений надежность оценки приобретает флуктуирующий характер, вызываемый чередованием благоприятных и неблагоприятных соотношений между длительностью сигналов и интервалом контроля состояния радиоканала. При неблагоприятных сочетаниях параметров надежность оценки занятости заметно снижается.

Если на практике все же возникает необходимость оценки занятости при ее постоянстве на многих интервалах измерений, то предложенная в данной работе методика расчета позволяет определять минимальное число точек тестирования состояния канала $J_{тр}$, обеспечивающее требуемую надежность оценивания занятости для наихудшего сочетания параметров. При этом число точек тестирования заметно превышает аналогичное число точек проверки, достаточное для оценивания занятости в естественных условиях.

Литература

1. **Рембовский А. М., Ашихмин А. В., Козьмин В. А.** Радиомониторинг: задачи, методы, средства / Под ред. А. М. Рембовского. М.: Горячая линия — Телеком, 2006.
2. **Справочник** по радиоконтролю: МСЭ 2002. Женева, 2004.
3. **Рекомендация** МСЭ-R SM.182. Автоматический контроль занятости радиочастотного спектра.
4. **Козьмин В. А., Токарев А. Б.** Методика оценивания занятости частотного спектра автоматизированным сервером // Измерительная техника. 2009. № 12. С. 37.
5. **Токарев А. Б.** Оценивание занятости частотного спектра при нестабильном интервале контроля состояния радиоканалов // Измерительная техника. 2010. № 1. С. 60.

Дата принятия 08.10.2009 г.